

2012年工・ライフデザイン 第5問



5 $f(x) = x^2 - ax + 36$ とする。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) $a = \boxed{1} \boxed{8}$ のとき、 x が 0 から 2 まで変化する場合の $f(x)$ の平均変化率が -16 となる。また、このとき $f'(u) = 0$ を満たす値 u に対して $f(u) = -\boxed{4} \boxed{5}$ となる。
- (2) $a = \boxed{2} \boxed{6}$ のとき、 $\int_0^3 f(x) dx = 0$ となる。
- (3) $a = \boxed{1} \boxed{2}$ のとき、 $\int_0^a f(x) dx = 12a$ となる。
- (4) $y = f(x)$ のグラフに対し、原点を通り、 $x > 0$ の領域でこのグラフに接する接線 l を引く。 $a = \boxed{1} \boxed{0}$ のとき、 l とこのグラフとの接点の y 座標が 12 となる。

(1) x が 0 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率は

$$\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 - 2a + 36 - 36}{2} = -a + 2 \quad \therefore -a + 2 = -16 \quad \therefore a = 18 //$$

$$f'(x) = 2x - 18 \quad \text{より} \quad u = 9 \quad \therefore f(9) = 81 - 9 \cdot 18 + 36 = -45 //$$

$$\begin{aligned} (2) \int_0^3 f(x) dx &= \int_0^3 x^2 - ax + 36 dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2 + 36x \right]_0^3 \\ &= 9 - \frac{9}{2}a + 108 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\therefore 117 - \frac{9}{2}a = 0 \\ &\therefore a = 26 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (2) \text{ と同様に } \int_0^a f(x) dx &= \int_0^a x^2 - ax + 36 dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2 + 36x \right]_0^a \\ &= \frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}a^3 + 36a \\ &= -\frac{1}{6}a^3 + 36a \end{aligned}$$

$$\therefore -\frac{1}{6}a^3 + 36a = 12a$$

$$\therefore -\frac{1}{6}a(a^2 - 144) = 0 \quad a > 0 \text{ より } a = 12 //$$

(4) 接点を $(t, t^2 - at + 36)$ とおくと、 $y' = 2x - a$ より 接線は、

$$y = (2t - a)(x - t) + t^2 - at + 36$$

$$\text{原点を通るので、} -2t^2 + at + t^2 - at + 36 = 0 \quad \therefore t^2 = 36$$

$$t > 0 \text{ より } t = 6 \quad \text{このとき接点は } (6, 72 - 6a) \quad \therefore 72 - 6a = 12$$

$$\therefore a = 10 //$$