

2013年理系1第3問

3 次の問いに答えよ。

(1) 不等式  $\sqrt{3}\cos\theta + 3\sin\theta - \sqrt{6} > 0$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) の解は  $\frac{\pi}{\begin{matrix} \text{ア} & \text{イ} \\ / & 2 \end{matrix}} < \theta < \frac{\begin{matrix} \text{ウ} \\ 7 \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{エ} & \text{オ} \\ / & 2 \end{matrix}} \pi$  である。

(2)  $\triangle OAB$  において、辺  $OA$  を  $1:2$ 、辺  $OB$  を  $2:1$  に内分する点をそれぞれ  $D$ 、 $E$  とし、線分  $AE$  と  $BD$  の交点を  $P$  とする。このとき、

$$\vec{OD} = \frac{\begin{matrix} \text{カ} \\ \text{キ} \end{matrix}}{\begin{matrix} / \\ 3 \end{matrix}} \vec{OA}, \quad \vec{OE} = \frac{\begin{matrix} \text{ク} \\ \text{ケ} \end{matrix}}{\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}} \vec{OB}, \quad \vec{OP} = \frac{\begin{matrix} \text{コ} \\ \text{サ} \end{matrix}}{\begin{matrix} / \\ 7 \end{matrix}} \vec{OA} + \frac{\begin{matrix} \text{シ} \\ \text{サ} \end{matrix}}{\begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix}} \vec{OB}$$

と表せる。

$$(1) \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

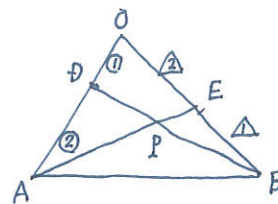
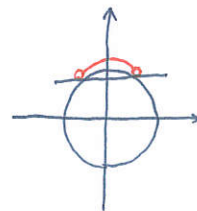
$$\therefore \text{不等式は } 2\sqrt{3} \left( \sin\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\theta \cdot \frac{1}{2} \right) > \sqrt{6} \text{ となる。}$$

$$\therefore 2\sqrt{3} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{6}$$

$$\therefore \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より, } \frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{13}{6}\pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{4} < \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{3}{4}\pi \quad \therefore \frac{\pi}{12} < \theta < \frac{7}{12}\pi$$



$$(2) \vec{OD} = \frac{1}{3} \vec{OA}, \quad \vec{OE} = \frac{2}{3} \vec{OB}$$

メネラウスの定理より。

$$\frac{AD}{DO} \cdot \frac{OB}{BE} \cdot \frac{EP}{PA} = 1 \quad \therefore \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{EP}{PA} = 1 \quad \therefore EP:PA = 1:6$$

$$\therefore \vec{OP} = \frac{1}{7} \vec{OA} + \frac{6}{7} \vec{OE}$$

$$= \frac{1}{7} \vec{OA} + \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3} \vec{OB}$$

$$= \frac{1}{7} \vec{OA} + \frac{4}{7} \vec{OB}$$