



2018年文系第5問

5 整数が書かれている球がいくつか入っている袋に対して、次の一連の操作を考える。ただし各球に書かれている整数は1つのみとする。

- (i) 袋から無作為に球を1個取り出し、その球に書かれている整数を  $k$  とする。
- (ii)  $k \neq 0$  の場合、整数  $k$  が書かれた球を1個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。
- (iii)  $k = 0$  の場合、袋の中にあった球に書かれていた数の最大値より1大きい整数が書かれた球を1個新たに用意し、取り出した球とともに袋に戻す。

整数0が書かれている球が1個入っており他の球が入っていない袋を用意する。この袋に上の一連の操作を繰り返して  $n$  回行った後に、袋の中にある球に書かれている  $n+1$  個の数の合計を  $X_n$  とする。例えば  $X_1$  は常に1である。以下  $n \geq 2$  として次の問に答えよ。

- (1)  $X_n \geq \frac{(n+2)(n-1)}{2}$  である確率を求めよ。
- (2)  $X_n \leq n+1$  である確率を求めよ。