



2013年 文学部・経済学部 第3問

3 $\triangle OAB$ において $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とする. 2つの正の数 s, t に対して, $\vec{OC} = s\vec{a} + t\vec{b}$ となるように点 C を定める. また, 線分 AC および線分 BC の中点をそれぞれ M, N とし, 直線 OM および直線 ON が線分 AB と交わる点をそれぞれ P, Q とする. $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ のとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 線分 AB の長さ, および $\triangle OAB$ の面積 S_1 を求めよ.
- (2) \vec{OP} を \vec{a}, \vec{b}, s, t を用いて表せ.
- (3) \vec{OQ} を \vec{a}, \vec{b}, s, t を用いて表せ.
- (4) $\triangle OPQ$ の面積を S_2 とする. S_2 を s, t を用いて表せ.
- (5) $S_2 = \frac{1}{4}S_1$ となるための s, t の条件を求め, s, t がその条件をみたしながら動くとき, 点 C の存在する範囲を求めよ.