

2014年 生命環境 (生命分子化学) 第3問


 数理解石井K

3 1個のサイコロを1回投げるごとに、出た目によって、点Pが座標平面上を、次の規則に従って動くものとする。

最初は原点にあり、偶数が出た場合は  $x$  軸の正の方向に出た目の数だけ進み、奇数が出た場合は  $y$  軸の正の方向に出た目の数だけ進む。

点Pの到達点の座標を  $(x_0, y_0)$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) サイコロを3回投げたとき、 $x_0 = 0$ かつ $y_0 = 9$ となる確率を求めよ。
- (2) サイコロを  $n$  回投げたとき、 $x_0 = 2n + 2$ かつ $y_0 = 0$ となる確率を  $n$  を用いて表せ。
- (3) サイコロを2回投げたとき、Pが  $\frac{x_0}{2} < y_0 < -\frac{x_0^3}{4} + 8$  の表す領域に存在する確率を求めよ。
- (4) サイコロを2回投げたとき、Pが  $x_0^2 + y_0^2 - 8x_0 - 2y_0 + 13 > 0$  の表す領域に存在する確率を求めよ。

(1) サイコロの目の組は、 $(3, 3, 3), (1, 3, 5), (1, 5, 3), (3, 1, 5), (3, 5, 1),$   
 $(5, 1, 3), (5, 3, 1)$  の7通りなので

$$\frac{7}{6^3} = \frac{7}{216} //$$

(2) すべて偶数であり、 $n-1$ 回は2の目、1回は4の目なので、目の出方は  $n$  通り。

$$\therefore \frac{n}{6^n} //$$

(3)  $0 \leq x_0 \leq 12$  より、各  $x_0$  の値で場合分けをする。

(i)  $x_0 = 0$  のとき、 $0 < y_0 < 8$  より、サイコロの目の組は、 $(1, 3), (3, 1), (1, 5), (5, 1), (1, 1), (3, 3)$  の6通り。

(ii)  $x_0 = 2$  のとき、 $1 < y_0 < 6$  より、 $(2, 3), (3, 2), (2, 5), (5, 2)$  の4通り。

(iii)  $x_0 \geq 4$  のとき、 $-\frac{x_0^3}{4} + 8 \leq -8$  より、これをみたす目の出方は存在しない。

$$(i) \sim (iii) \text{ より、} \frac{6+4}{6^2} = \frac{5}{18} //$$

(4) 条件式は、 $(x_0 - 4)^2 + (y_0 - 1)^2 > 4$

$\therefore$  右のグラフより、条件をみたさないPの座標は、

$(x_0, y_0) = (2, 1), (4, 1), (4, 3), (6, 1), (4, 0)$  ← 1通り  
 2通り  $\therefore$  合計 9 通り。

$$\therefore \text{余事象より、} 1 - \frac{9}{6^2} = \frac{3}{4} //$$

