

2015年 医学部 第16問

16 $\triangle ABC$ について考える. 点 P は, $6\vec{AP} + 3\vec{BP} + 2\vec{CP} = \vec{0}$ を満たすものとする. $\triangle ABC$ の面積を S_1 , $\triangle PBC$ の面積を S_2 としたとき, $\frac{11S_2}{S_1}$ の値を求めよ.

$$\text{手式より, } 6\vec{AP} + 3(\vec{AP} - \vec{AB}) + 2(\vec{AP} - \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } \vec{AP} &= \frac{3}{11}\vec{AB} + \frac{2}{11}\vec{AC} \\ &= \frac{5}{11}\left(\frac{3}{5}\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}\right) \end{aligned}$$

\therefore 右の図のようになるので,

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{2}{5}S_1 \times \frac{6}{11} + \frac{3}{5}S_1 \times \frac{6}{11} \\ &= \frac{30}{55}S_1 \\ &= \frac{6}{11}S_1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{11S_2}{S_1} = \frac{6S_1}{S_1} = \underline{\underline{6}}$$

