



2016年医(医)・歯・薬第2問

2  $\triangle OAB$ において、次のように6点  $P, P', Q, Q', R, R'$  を定める。辺  $OA$  を  $p:(1-p)$  に内分する点を  $P$ ,  $p:(1-p)$  に外分する点を  $P'$  とする。同様に、辺  $AB$  を  $q:(1-q)$  に内分する点を  $Q$ , 外分する点を  $Q'$  とし、辺  $BO$  を  $r:(1-r)$  に内分する点を  $R$ , 外分する点を  $R'$  とする。ただし、 $0 < p < 1$ ,  $0 < q < 1$ ,  $0 < r < 1$  かつ  $p \neq \frac{1}{2}$ ,  $q \neq \frac{1}{2}$ ,  $r \neq \frac{1}{2}$  とする。

- (1)  $\triangle OAB$  の重心と  $\triangle PQR$  の重心が一致するとき、 $p:q:r$  を求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{P'Q}$  と  $\overrightarrow{P'R'}$  が平行でないとする。 $\triangle OAB$  の重心と  $\triangle P'Q'R'$  の重心が一致するとき、 $\triangle OAB$  の重心と  $\triangle PQR$  の重心が一致することを示せ。
- (3)  $\overrightarrow{P'Q}$  と  $\overrightarrow{P'R'}$  が平行であるとき、 $2pqr + p + q + r = pq + qr + rp + 1$  が成り立つことを示せ。