

2014年工(機シ・医工・化学)・知識工第4問

 数理
石井K

4 関数 $f(x) = \frac{e^{2x}}{9x^2 + 2}$ について、次の間に答えよ。ただし、必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ を用いてよい。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
 (2) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値を調べてそのグラフをかけ。
 (3) k を定数とするとき、 x についての方程式 $e^{2x} = k(9x^2 + 2)$ の解の個数を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) f'(x) &= \frac{2e^{2x}(9x^2+2) - e^{2x} \cdot 18x}{(9x^2+2)^2} \\ &= \frac{2(3x-1)(3x-2)e^{2x}}{(9x^2+2)^2} \quad // \end{aligned}$$

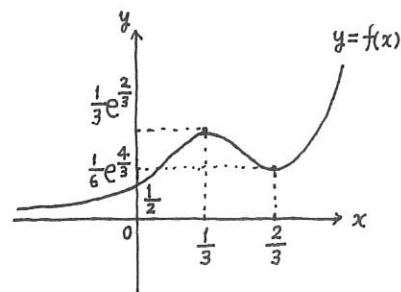
(2) (1) より、 $f'(x) = 0$ となるのは、 $x = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ のとき

x	...	$\frac{1}{3}$...	$\frac{2}{3}$...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗		↘	
$f(x)$				↘	
$f(x)$					↗

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty,$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}}, \quad f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{6}e^{\frac{4}{3}}$$

∴ 右のグラフになる。



(3) $\frac{e^{2x}}{9x^2+2} = k$ ∴ (2) のグラフと $y = k$ の交点の個数が 解の個数に等しいので

$$\begin{cases} 0 \text{ 個} & (k \leq 0 \text{ のとき}) \\ 1 \text{ 個} & (0 < k < \frac{1}{6}e^{\frac{4}{3}}, \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}} < k \text{ のとき}) \\ 2 \text{ 個} & (k = \frac{1}{6}e^{\frac{4}{3}}, \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}} \text{ のとき}) \\ 3 \text{ 個} & (\frac{1}{6}e^{\frac{4}{3}} < k < \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}} \text{ のとき}) \quad \text{---} // \end{cases}$$