0001882817118999

早稲田大学

2014年 スポーツ科学学部 第1問

数理 石井K

1 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ の小数部分を a とするとき，a は2次方程式 $x^2 + \boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イ}} = 0$ の解であり，$a^3 + 6a^2 - 21a + 23$ の値は $\boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である．

ア 8　イ −8　ウ −5　エ 6　オ 6

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5+2\sqrt{6}$$

$2<\sqrt{6}<2.5$ より　$9<5+2\sqrt{6}<10$　$\therefore a = 5+2\sqrt{6}-9$

$\therefore a = 2\sqrt{6}-4$

実数係数の方程式より．$x=2\sqrt{6}-4$ が解のとき $x=-2\sqrt{6}-4$ も解である

$\therefore$ 解と係数の関係より．$x^2-(-8)x+(-4+2\sqrt{6})(-4-2\sqrt{6})=0$

$\therefore \underline{x^2+8x-8=0}$ //

このとき．$a^2+8a-8=0$ なので，

$$\begin{array}{r}
a-2 \\
a^2+8a-8\,\overline{\big)\,a^3+6a^2-21a+23} \\
\underline{a^3+8a^2-8a} \\
-2a^2-13a+23 \\
\underline{-2a^2-16a+16} \\
3a+7
\end{array}$$

$$a^3+6a^2-21a+23 = (a-2)\underbrace{(a^2+8a-8)}_{=0}+3a+7$$

$$= 3\cdot(2\sqrt{6}-4)+7$$

$$= \underline{6\sqrt{6}-5}$$ //