

2012年第2問

2 平面上のベクトル \vec{a}_n, \vec{b}_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を, $\vec{a}_1 = (4, 0), \vec{b}_1 = (0, 4)$ と関係式

$$\vec{a}_{n+1} = \frac{3\vec{a}_n + \vec{b}_n}{4}, \quad \vec{b}_{n+1} = \frac{\vec{a}_n - 3\vec{b}_n}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. さらに原点を O とし, $\vec{a}_n = \vec{OA}_n, \vec{b}_n = \vec{OB}_n$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) \vec{a}_2, \vec{b}_2 を求めよ.
- (2) \vec{a}_{n+2} を \vec{a}_n で表せ.
- (3) $\triangle OA_n B_n$ の面積を S_n とするとき, $\frac{S_{n+1}}{S_n}$ の値を求めよ.
- (4) $S_1 + S_2 + \dots + S_n > 21$ をみたす最小の自然数 n を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.