



2011年理工学部第4問

4 実数 x に対し、 x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す。

自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 n が $[\sqrt{n}]$ の整数倍で表せるとき、そのような n を小さいものから順に並べて

$$n_1, n_2, n_3, \dots$$

とする。

(1) $n_5 = \boxed{\text{マ}}$ である。

(2) 自然数 p に対して、 $[\sqrt{n}] = p$ をみたす自然数 n の集合を M_p とする。 M_p の要素で p の整数倍であるものは全部で $\boxed{\text{ミ}}$ 個ある。

(3) 自然数 m に対して、

$$S_m = \sum_{i=1}^m n_i$$

とおく。 $k \geq 1$ のとき、 S_{3k-2} , S_{3k-1} , S_{3k} はいずれも k の多項式で、それぞれの k の1次の項の係数は S_{3k-2} , S_{3k-1} , S_{3k} の順に $\boxed{\text{ム}}$, $\boxed{\text{メ}}$, $\boxed{\text{モ}}$ である。また、 S_{3k-2} , S_{3k-1} , S_{3k} は共通の因数 $(k + \boxed{\text{ヤ}})$ をもつ。

(4) $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{S_m}}{m} = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ である。