2011 年 法（法），外国語（フランス・イスパニア・ロシア） 第 2 問

$\boxed{2}$ O を原点とする座標平面上に，放物線 $F : y = x^2 + 1$ および，点 A(5, 0) を中心とする半径 4 の円 $C$ がある．$F$ 上に点 P$(t,\ t^2+1)$，$C$ 上に点 Q$(a,\ b)$ をとる．

(1) P における放物線 $F$ の接線と直線 AP とが直交するとき，線分 AP の長さは $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である．

(2) Q を固定し，P のみが動くとする．△OPQ の面積は $t = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\dfrac{b}{a}$ で最小値をとる．その最小値を $a$ で表すと

$$\frac{1}{8}\left(\boxed{\text{ト}}\,a + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{a} + \boxed{\text{ニ}}\right)$$

である．

(3) P，Q がともに動くとする．△OPQ の面積は $a = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ で最小値

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$$

をとる．