上智大学

2011年 法（法），外国語（フランス・イスパニア・ロシア）第2問

2 Oを原点とする座標平面上に，放物線 $F : y = x^2 + 1$ および，点A(5, 0)を中心とする半径4の円 C がある．F 上に点P$(t,\ t^2+1)$，C 上に点Q$(a,\ b)$ をとる．

(1) Pにおける放物線 F の接線と直線APとが直交するとき，線分APの長さは $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である．

(2) Qを固定し，Pのみが動くとする．△OPQの面積は $t = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\dfrac{b}{a}$ で最小値をとる．その最小値を a で表すと

$$\frac{1}{8}\left(\boxed{\text{ト}}\,a + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{a} + \boxed{\text{ニ}}\right)$$

である．

(3) P，Qがともに動くとする．△OPQの面積は $a = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ で最小値

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$$

をとる．