上智大学

2015 年 法（地球），経済（経営），総合（社会福祉） 第 2 問

$\boxed{2}$ O を原点とする座標空間において，$\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=1$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-1$ を満たす点 A と点 B を考え，直線 AB 上に点 P をとる．ただし，$\mathrm{AB}>\mathrm{AP}$ とする．

(1) $\mathrm{OP}\perp\mathrm{AB}$ のとき，$\mathrm{OP}=\dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である．

(2) △OBP が二等辺三角形であるとき，

$$\mathrm{OP}^2=1,\quad \mathrm{AP}=\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\sqrt{\boxed{ソ}},$$

または

$$\mathrm{OP}^2=\boxed{タ}+\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\sqrt{\boxed{テ}},\quad \mathrm{AP}=\boxed{ト}+\sqrt{\boxed{ナ}},$$

または

$$\mathrm{OP}^2=\frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}},\quad \mathrm{AP}=\frac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}\sqrt{\boxed{ハ}}$$

である．ただし，

$$\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\sqrt{\boxed{ソ}}<\boxed{ト}+\sqrt{\boxed{ナ}}<\frac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}\sqrt{\boxed{ハ}}$$

とする．

(3) 座標空間に，$\mathrm{OC}=2$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=1$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=1$ を満たす点 C をとる．3 点 O，A，B の定める平面を α とし，点 C から平面 α に垂線 CQ を下ろす．このとき，

$\mathrm{CQ}=\dfrac{\sqrt{\boxed{ヒ}}}{\boxed{フ}}$ であり，四面体 OABC の体積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ヘ}}}{\boxed{ホ}}$ である．