



2014 年 理工学部 第 2 問

2  $xyz$  空間において,  $xy$  平面に原点  $O(0, 0, 0)$  で接し, 中心が  $C(0, 0, 1)$  であるような球面を  $S$  とする. 点  $P(2\sqrt{3}, 0, 3)$  に点光源をおくとき,  $xy$  平面上にできる  $S$  の影  $S'$  を考える.

(1) 点  $P$  から球面  $S$  に引いた接線のひとつと球面との接点を  $A$  とする. 線分  $PA$  の長さは  $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$  である.

$\angle CPA = \theta$  とすると,  $\sin \theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である.

(2) 球面  $S$  上で光が当たる部分と影の部分との境界は,  $\left( \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \boxed{\text{シ}}, \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$  を中心とし, 半径

が  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$  の円である.

(3) 影  $S'$  は長軸の長さが  $\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$  の楕円の内部である.