



2014年法(法), 外国語(フランス・イスパニア・ロシア) 第3問

3 xy 平面の原点 O を中心とする半径 1 の円形の壁の内側に鏡をはり, 点 $(1, 0)$ から鏡の 1 点に向けて光を発し反射させる. ただし, 壁と鏡の厚さは無視できるものとする. 光は, あたった鏡の 1 点と原点を結ぶ直線に関して対称な方向へ反射される.

例えば, $(1, 0)$ から $(0, 1)$ に向けて発せられた光は下図のように $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$ で 3 回反射され, $(1, 0)$ にもどってくる.

y 座標が正の方向へ光を発するものとして, 以下の問いに答えよ.

- (1) 光が鏡で 2 回反射されて初めて $(1, 0)$ にもどるには, 鏡の 1 点 $\left(\frac{\text{ム}}{\text{メ}}, \frac{\sqrt{\text{モ}}}{\text{ヤ}}\right)$ に向けて光を発すればよい.
- (2) 光が鏡で 4 回反射されて初めて $(1, 0)$ にもどるには, $(\cos \theta_1, \sin \theta_1)$, $(\cos \theta_2, \sin \theta_2)$ ($0 < \theta_1 < \theta_2 < \pi$) のいずれかに向けて光を発すればよい. ここで, $\theta_1 = \frac{\text{ユ}}{\text{ヨ}}\pi$, $\theta_2 = \frac{\text{ラ}}{\text{リ}}\pi$ である. このとき,

$$\cos \theta_1 = \frac{\text{ル} + \sqrt{\text{レ}}}{\text{ロ}}$$

である.

- (3) 光が鏡で 6 回反射されて初めて $(1, 0)$ にもどるには, $A(\cos \theta_3, \sin \theta_3)$, $B(\cos \theta_4, \sin \theta_4)$, $C(\cos \theta_5, \sin \theta_5)$ ($0 < \theta_3 < \theta_4 < \theta_5 < \pi$) のいずれかに向けて光を発すればよい. ここで, $\theta_5 = \frac{\text{ワ}}{\text{ヲ}}\pi$ である.
- (4) (3) で A , B , C それぞれに向けて光を発したときの光の通る経路を図示すると, A の場合は あ , B の場合は い , C の場合は う である.
- $\text{あ} \sim \text{う}$ には以下の