0001947092508999

広島工業大学

2014年 工・情報・環境学部 (A) 第4問

数理 石井K

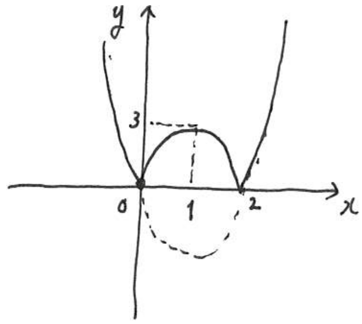
$\boxed{4}$ a を定数とする．直線 $\ell : y = 6ax$，曲線 $C : y = |3x^2 - 6x|$ について，次の問いに答えよ．

(1) ℓ と C の共有点が3個になるような a の範囲を求めよ．

(2) $a = \frac{1}{2}$ とし，ℓ と C の共有点の x 座標を小さい順に x_1，x_2，x_3 とする．このとき，ℓ と C で囲まれた部分のうち x 座標が x_2 以上の部分の面積を求めよ．

(1) $f(x) = 3x^2 - 6x$ とおいて，Cのグラフをかくと

右のようになる



∴ ℓ と C の共有点が3個になるためには，

$a > 0$ であることが必要である．以下 $a > 0$ とする．

$0 \leqq x < 2$ での交点は．$6x - 3x^2 - 6ax = 0$ より $x = 0,\ 2-2a$

∴ $0 < a < 1$ のとき 2個

$a = 1$ のとき 1個．

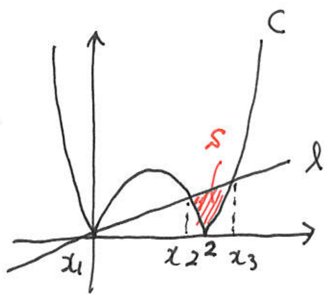
$a > 1$ のとき 1個

$x \geqq 2$ での交点は．$3x^2 - 6x - 6ax = 0$ より $x = 0,\ 2+2a$

∴ $x \geqq 2$ より 1個．

以上より．3個となるのは $\underline{0 < a < 1 \text{ のとき}}$

(2)



$$S = \int_{x_2}^{2} 6ax - (-3x^2 + 6x)\,dx + \int_{2}^{x_3} 6ax - (3x^2 - 6x)\,dx$$

$$= \Big[3ax^2 + x^3 - 3x^2\Big]_{x_2}^{2} + \Big[3ax^2 - x^3 + 3x^2\Big]_{2}^{x_3}$$

(1) より $x_2 = 2 - 2a = 1$，$x_3 = 3$

$$\therefore S = \Big[\tfrac{3}{2}x^2 + x^3 - 3x^2\Big]_1^2 + \Big[\tfrac{3}{2}x^2 - x^3 + 3x^2\Big]_2^3$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{7}{2}$$

$$= \underline{6}$$