



2011年人文社会科学第2問

2 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 n に関する次の命題を証明せよ。

(i) n を 3 で割った余りが 1 ならば, n^2 を 3 で割った余りは 1 である。

(ii) n が 3 の倍数であることは, n^2 が 3 の倍数であるための必要十分条件である。

(2) 100 から 999 までの 3 桁の自然数について, 次の問いに答えよ。

(i) 3 種類の数字が現れるものは何個あるか。

(ii) 0 が現れないものは何個あるか。

(iii) 0 または 1 が現れるものは何個あるか。

(3) 1 から 49 までの自然数からなる集合を全体集合 U とする。 U の要素のうち, 50 との最大公約数が 1 より大きいもの全体からなる集合を V , また, U の要素のうち, 偶数であるもの全体からなる集合を W とする。いま A と B は U の部分集合で, 次の 2 つの条件を満たすものとする。

(ア) $A \cup \bar{B} = V$

(イ) $\bar{A} \cap \bar{B} = W$

このとき, 集合 A の要素をすべて求めよ。ただし, \bar{A} と \bar{B} はそれぞれ A と B の補集合とする。