上智大学

2015年 TEAP 利用理系 第2問

2 座標平面上で2つのベクトル

$\vec{p}=(p,\ 0),\quad \vec{q}=(q,\ 0)$

を考える．ただし，$0<p<1$，$q>1$ とする．$\vec{x}$ を単位ベクトルとして，以下の問に答えよ．

(1) 任意の $\vec{x}$ について，$\vec{x}$ と $\vec{x}-\vec{p}$ は直交しないことを示せ．

(2) $\vec{x}$ と $\vec{x}-\vec{q}$ が直交するとき，$|\vec{x}-\vec{q}|$ を q を用いて表せ．

(3) $\vec{p}$，$\vec{q}$ が次の条件をみたすとする．

条件：任意の $\vec{x}$ について $|\vec{x}-\vec{p}|:|\vec{x}-\vec{q}|=1:2$ となる．

(i) p および q の値を求めよ．

(ii) $\vec{x}$ と $\vec{x}-\vec{q}$ が直交するとき，原点を始点として $\vec{x}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ を図示せよ．

(iii) 実数 a に対して，

$$\vec{s}=\frac{\vec{x}-\vec{p}}{|\vec{x}-\vec{p}|^3}-a\frac{\vec{x}-\vec{q}}{|\vec{x}-\vec{q}|^3}$$

とおく．任意の $\vec{x}$ について，$\vec{x}$ と $\vec{s}$ が平行となるときの a の値を求めよ．