



2014年 理工学部 第2問

2 xyz 空間において, xy 平面に原点 $O(0, 0, 0)$ で接し, 中心が $C(0, 0, 1)$ であるような球面を S とする. 点 $P(2\sqrt{3}, 0, 3)$ に点光源をおくとき, xy 平面上にできる S の影 S' を考える.

(1) 点 P から球面 S に引いた接線のひとつと球面との接点を A とする. 線分 PA の長さは $\sqrt{\text{キ}}$ である.

$\angle CPA = \theta$ とすると, $\sin \theta = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である.

(2) 球面 S 上で光が当たる部分と影の部分との境界は, $\left(\frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}, \text{シ}, \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \right)$ を中心とし, 半径

が $\frac{\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$ の円である.

(3) 影 S' は長軸の長さが $\text{チ} \sqrt{\text{ツ}}$ の楕円の内部である.