



2012年 理工学部 第4問

4 $\log x$ は自然対数, e は自然対数の底を表す.

(1) a, b は $e^{-1} < a < 1, b > 0$ を満たす実数とする. 曲線 $C: y = \log x$ と直線 $l: y = ax + b$ とが接しているとする,

$$b = \boxed{\text{モ}} \log a + \boxed{\text{ヤ}}$$

が成り立つ. このとき, 曲線 C と3つの直線 $l, x = 1, x = e$ とで囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする. a が $e^{-1} < a < 1$ の範囲を動くときの $S(a)$ の最小値は

$$\left(\boxed{\text{ユ}} e + \boxed{\text{ヨ}} \right) \log \left(\frac{e + \boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} \right) + \boxed{\text{ル}}$$

で与えられる.

(2) k を正の定数とし, $e^{-k} < t < 1$ である t に対して,

$$f(t) = \int_0^k |e^{-x} - t| dx$$

とおく. t が $e^{-k} < t < 1$ の範囲を動くときの関数 $f(t)$ の最小値を $M(k)$ とおくと,

$$M(k) = \left(\boxed{\text{レ}} + e^P \right)^2, \quad \text{ただし } P = \frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}} k$$

となる. このとき

$$\lim_{k \rightarrow +0} \frac{M(k)}{k^2} = \frac{\boxed{\text{ヲ}}}{\boxed{\text{ン}}}$$

である.