



2012年法(法), 外国語(フランス・イスパニア・ロシア) 第3問

3 座標平面上の点 (x, y) のうち, x, y がともに整数である点を格子点とよぶ. いま, 格子点の集合 A を次のように定義する.

$$A = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, 16 < x^2 + y^2 \leq 36, x \text{ と } y \text{ は整数}\}$$

(1) A の点は全部で 個ある.

(2) 格子点上を1秒間に右または上に1動く点 P を考える. P は原点から出発し, A の点の1つに到達したら停止する. このとき, P が到達できない A の点は全部で 個ある. 以下, P が到達できる A の部分集合を A_0 とする.

(3) (2) で考えた点 P が右に動く確率と上に動く確率をともに $\frac{1}{2}$ とする. また, 各格子点における P の動きは, その点に至るまでの動き方と独立に決まるものとする.

(i) 原点からの経路の数が最も多い A_0 の点は Q (,) であり, P が Q に到達する確率は $\frac{\text{ユ}}{\text{ヨ}}$ である.

(ii) 原点からの経路の数が Q の次に多い A_0 の点は全部で 個あり, それらの点のいずれかで P が停止する確率は $\frac{\text{リ}}{\text{ル}}$ である.

(iii) P が A_0 の点のいずれかで停止するまでの時間の期待値は $\frac{\text{レ}}{\text{ロ}}$ 秒である.