



2011年理工学部第4問

4 実数  $x$  に対し、 $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す。

自然数  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $n$  が  $[\sqrt{n}]$  の整数倍で表せるとき、そのような  $n$  を小さいものから順に並べて

$$n_1, n_2, n_3, \dots$$

とする。

(1)  $n_5 = \boxed{\text{マ}}$  である。

(2) 自然数  $p$  に対して、 $[\sqrt{n}] = p$  をみたす自然数  $n$  の集合を  $M_p$  とする。  $M_p$  の要素で  $p$  の整数倍であるものは全部で  $\boxed{\text{ミ}}$  個ある。

(3) 自然数  $m$  に対して、

$$S_m = \sum_{i=1}^m n_i$$

とおく。  $k \geq 1$  のとき、  $S_{3k-2}$ 、  $S_{3k-1}$ 、  $S_{3k}$  はいずれも  $k$  の多項式で、それぞれの  $k$  の1次の項の係数は  $S_{3k-2}$ 、  $S_{3k-1}$ 、  $S_{3k}$  の順に  $\boxed{\text{ム}}$ 、  $\boxed{\text{メ}}$ 、  $\boxed{\text{モ}}$  である。また、  $S_{3k-2}$ 、  $S_{3k-1}$ 、  $S_{3k}$  は共通の因数  $(k + \boxed{\text{ヤ}})$  をもつ。

(4)  $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{S_m}}{m} = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$  である。