



2017年 理工学部 第4問

4 m を 5 以上の自然数とする. m 個の点を平面にある円周上に等間隔に並べる. これら m 個の点に, 時計回りに順番に 1, 2, \dots , m と番号を付ける. 以下, 隣り合った点を時計回りに移動することを「進む」といい, 反時計回りに移動することを「戻る」ということとする. 例えば, 点 1 から 3 つ進むと点 4 に移動し, 点 m から 3 つ進むと点 3 に移動し, 点 1 から 3 つ戻ると点 $(m-2)$ に移動する. 次の 2 つの操作を考える.

(操作 A) 5 つ進み, 移動した点に白石を置く.

(操作 B) 2 つ戻り, 移動した点に黒石を置く.

ある人が点 m を出発点として操作 A を行い, 次に操作 B を行い, 以下交互に操作 A と操作 B を繰り返し移動を続け, すべての点に石を置いたら操作を終了する. ただし, 移動した点にすでに石が置かれている場合は, その石を取り除いて新たに石を置くものとする.

- (1) $m = 10$ のとき, 回石を置くと操作は終了する. 終了したとき, 最後にいる点の番号は であり, 置かれている黒石は 個である.
- (2) $m = 11$ のとき, 回石を置くと操作は終了する. 終了したとき, 最後にいる点の番号は であり, 置かれている黒石は 個である.
- (3) $m = 12$ のとき, 番号 , , , の点には石が置かれず操作は終了しない. ただし, < < < である.
- (4) 操作が終了しないための必要十分条件は, m が で割り切れることである. m が自然数 n を用いて $m = \text{}n + 1$ と表されるとき, $n + \text{}$ 回石を置くと操作は終了し, 終了したときに置かれている黒石は $n + \text{}$ 個である.