



2012年 理工学部 第3問

3 一辺の長さが1の正四面体OABCを考える. 底面ABCの内接円の半径を r とおき, 頂点Oを通り底面ABCに垂直な直線からの距離が r 以下である点全体からなる円柱を T とする.

(1) $r = \frac{\sqrt{\text{ネ}}}{\text{ノ}}$ である.

(2) 正四面体OABCの高さは $\frac{\sqrt{\text{ハ}}}{\text{ヒ}}$ である.

(3) 辺ABの中点と頂点Oとを結ぶ線分上に点Pをとり, $x = OP$ とおく. Pを通り底面ABCに平行な平面による側面OABの切り口を L とする.

L が T に含まれるような x の最大値を x_1 とすると

$$x_1 = \frac{\sqrt{\text{フ}}}{\text{ヘ}}$$

である.

$x_1 \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき, L と T の共通部分の長さは

$$\frac{\text{ホ}}{\text{マ}} \sqrt{\frac{\text{ミ}}{\text{ム}} - x^2}$$

である.

正四面体OABCの表面で T に含まれる部分の面積は

$$\frac{\pi}{\text{メ}}$$

である.