



2011年 第2問

2  $a$  を実数とし, 2つの放物線

$$C: y = -x^2 + 4, \quad C_a: y = (x - a)^2 + a$$

を考える.

(1)  $C$  と  $C_a$  が異なる 2 点で交わるための条件は,

$$-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}} > 0$$

であり, したがって

$$\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$$

である. このとき

$$b = \sqrt{-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}}}$$

とおくと,  $(a, b)$  は中心が  $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$  で, 半径が  $\boxed{\text{チ}}$  の円周上にある.(2)  $\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$  のとき,  $C$  と  $C_a$  との交点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とすると,

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ツ}} a + \boxed{\text{テ}}$$

$$2\alpha\beta = \boxed{\text{ト}} a^2 + \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニ}}$$

$$\beta - \alpha = \boxed{\text{ヌ}} b + \boxed{\text{ネ}}$$

である.

(3)  $C$  と  $C_a$  により囲まれた図形の面積は,  $a = \boxed{\text{ノ}}$  のときに最大値  $\boxed{\text{ハ}}$  をとる.