2015年 理工学部 第4問

$\boxed{4}$ xyz 空間において，xy 平面上に4点

$$A_1(1,\ 0,\ 0),\quad B_1(0,\ 1,\ 0),\quad C_1(-1,\ 0,\ 0),\quad D_1(0,\ -1,\ 0)$$

を頂点とする正方形 $A_1B_1C_1D_1$ がある．$0<\theta<\pi$ とし，この正方形 $A_1B_1C_1D_1$ を xy 平面上で原点を中心に角 θ だけ回転させた後で z 軸の正の方向に2だけ平行移動した正方形を $A_2B_2C_2D_2$ とする．

動点 P_1，P_2 が，それぞれ点 A_1，A_2 から同時に出発し，正方形 $A_1B_1C_1D_1$，$A_2B_2C_2D_2$ の周上を，同じ速さで同じ向きに一周する．このとき，線分 P_1P_2 が動いてできる曲面と正方形 $A_1B_1C_1D_1$，$A_2B_2C_2D_2$ とで囲まれる立体を V とする．

(1) 線分 P_1P_2 の長さの最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ト}}+\boxed{\text{ナ}}\,\boxed{\text{き}}}$ であり，線分 P_1P_2 の長さの最小値は $\sqrt{\boxed{\text{ニ}}+\boxed{\text{ヌ}}\,\boxed{}$ である．

(2) $0<h<2$ とするとき，平面 $z=h$ による立体 V の断面は，一辺の長さが

$$\sqrt{\boxed{\text{ネ}}+\left(\boxed{\text{ノ}}\,h^2+\boxed{\text{ハ}}\,h\right)\left(1-\boxed{\text{け}}\right)}$$

の正方形であり，その一辺の長さは $h=\boxed{\text{ヒ}}$ のとき最小である．

(3) 立体 V の体積は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}+\dfrac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}\,\boxed{\text{こ}}$ である．

(4) θ が π に限りなく近づくとき，立体 V の体積は $\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ に収束する．

$\boxed{\text{き}}$ 〜 $\boxed{\text{こ}}$ の選択肢：

(a) $\sin\theta$　(b) $\cos\theta$　(c) $\tan\theta$　(d) $\sin^2\theta$　(e) $\cos\theta\sin\theta$
(f) $\dfrac{1}{\sin\theta}$　(g) $\dfrac{1}{\cos\theta}$　(h) $\dfrac{1}{\tan\theta}$