



2017年 医学部 第5問

5 関数  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$  がある。曲線  $y = f(x)$  ( $1 \leq x \leq e$ ) を  $C$  とし、直線  $y = x$  を  $l$  とする。 $C$  上の点  $A(1, f(1))$ ,  $B(e, f(e))$  から  $l$  に下ろした垂線の足をそれぞれ  $M$ ,  $N$  とする。ただし、 $\log x$  は  $e$  を底とする自然対数である。

(1)  $C$  の長さを求めよ。

(2)  $C$  上の点  $P(x, f(x))$  から  $l$  に下ろした垂線の足  $Q$  について、線分  $MQ$  の長さを  $g(x)$  とおくと、 $\sqrt{2} \int_0^{g(e)} \log g^{-1}(t) dt$  を求めよ。ただし、 $g^{-1}(x)$  は  $g(x)$  の逆関数である。