

2014年第1問

 数理
石井K

1 8人の生徒 a, b, c, d, e, f, g, h に対して3つの部屋 A, B, Cがある。A, B, Cの最大収容人数はAが3人, Bが4人, Cが5人である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 生徒全員を一行に並べるとき, c と d が隣り合う並べ方は何通りあるか。
 (2) 生徒全員を3つの部屋に入れるとき, Aの人数が3人になるような入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。
 (3) 生徒全員を3つの部屋に入れるとき, c と d がAに入るような入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。
 (4) 生徒全員を3つの部屋に入れる入れ方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があってもよいとする。

(1) c, d を1つにまとめて考えると, $7!$ 通り。

$$c, d \text{ を入れかえることも考えて, } 7! \times 2 = \underline{10080 \text{ 通り}} //$$

(2) $8C_3 \times (2^5 - 1) = \underline{1736 \text{ 通り}} //$

Aに入る3人をえらぶ ← 残り5人はB, Cどちらかにもよいが, Bに5人入ることはできない。

(3) (i) c, d ともう1人Aに入る場合。

$$6C_1 \times (2^5 - 1) = 186 \text{ 通り。}$$

(ii) c, d のみAに入る場合。

$$\textcircled{1} B \text{ に } 1 \text{ 人, } C \text{ に } 5 \text{ 人} \cdots 6C_1 = 6 \text{ 通り}$$

$$\textcircled{2} B \text{ に } 2 \text{ 人, } C \text{ に } 4 \text{ 人} \cdots 6C_2 = 15 \text{ 通り}$$

$$\textcircled{3} B \text{ に } 3 \text{ 人, } C \text{ に } 3 \text{ 人} \cdots 6C_3 = 20 \text{ 通り}$$

$$\textcircled{4} B \text{ に } 4 \text{ 人, } C \text{ に } 2 \text{ 人} \cdots 6C_4 = 15 \text{ 通り}$$

} 計 56 通り

(i)(ii)より, $186 + 56 = \underline{242 \text{ 通り}} //$

(4) (i) Aに3人の場合 \cdots (2)より, 1736 通り。

(ii) Aに2人の場合 \cdots (3)の(ii)より, $56 \times 8C_2 = 1568$ 通り

(iii) Aに1人の場合 \cdots ① B 4人, C 3人 $\cdots 8C_1 \times 7C_4 = 280$ 通り

$$\textcircled{2} B \text{ 3人, } C \text{ 4人} \cdots 8C_1 \times 7C_3 = 280 \text{ 通り}$$

$$\textcircled{3} B \text{ 2人, } C \text{ 5人} \cdots 8C_1 \times 7C_2 = 168 \text{ 通り。}$$

(iv) Aに0人の場合 \cdots ① B 4人, C 4人 $\cdots 8C_4 = 70$ 通り

$$\textcircled{2} B \text{ 3人, } C \text{ 5人} \cdots 8C_3 = 56 \text{ 通り}$$

(i) ~ (iv)より, $1736 + 1568 + 280 + 280 + 168 + 70 + 56 = \underline{4158 \text{ 通り}} //$