



2014年工学部第3問

3 自然数  $n$  に対して、座標平面上の点  $P_n$  を次のように帰納的に定める。点  $P_1$  の座標を  $(1, 1)$  とし、原点  $O$  を中心として線分  $OP_n$  を反時計回りに  $90^\circ$  回転させてできる線分を  $OQ_n$  とし、線分  $OQ_n$  の中点を  $P_{n+1}$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 点  $P_2, P_3, P_4, P_5$  の座標を求めよ。
- (2)  $k$  を自然数とすると、点  $P_{4k+1}$  の座標を  $k$  を用いて表せ。
- (3) 点  $X_n$  を

$$\vec{OX}_n = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_2 + \cdots + \vec{OP}_n$$

となるように定める。このとき、点  $X_2, X_3, X_4, X_5$  の座標を求めよ。また、線分  $OX_1, X_1X_2, X_2X_3, X_3X_4, X_4X_5$  を座標平面上に図示せよ。

- (4)  $k$  を自然数とすると、点  $X_{4k}$  の座標を  $k$  を用いて表せ。