2014年 法学部 第3問

**3** 自然数$n$に対して，座標平面上の点$P_n$を次のように帰納的に定める．点$P_1$の座標を$(1,\ 1)$とし，原点Oを中心として線分$OP_n$を反時計回りに$90^\circ$回転させてできる線分を$OQ_n$とし，線分$OQ_n$の中点を$P_{n+1}$とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 点$P_2$，$P_3$，$P_4$，$P_5$の座標を求めよ．

(2) $k$を自然数とするとき，点$P_{4k+1}$の座標を$k$を用いて表せ．

(3) 点$X_n$を

$$\overrightarrow{OX_n} = \overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + \cdots + \overrightarrow{OP_n}$$

となるように定める．このとき，点$X_2$，$X_3$，$X_4$，$X_5$の座標を求めよ．また，線分$OX_1$，$X_1X_2$，$X_2X_3$，$X_3X_4$，$X_4X_5$を座標平面上に図示せよ．

(4) $k$を自然数とするとき，点$X_{4k}$の座標を$k$を用いて表せ．