

2012年 初等教育 第3問

3 a, b を実数とし,

$$S = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. 2次正方行列 N が $N^2 = O$, $SN = NS$ をみたすとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $a = b$ または $N = O$ であることを示せ.
(2) n は 2 以上の自然数とする. このとき,

$$(S + N)^n = S^n + nS^{n-1}N$$

が成り立つことを示せ.

- (3) n は 2 以上の自然数とする. このとき,

$$(S + SN + N)^n = S^n + nS^nN + nS^{n-1}N$$

が成り立つことを示せ.

- (4) $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のとき, 2 以上の自然数 n に対して, $(S + SN + N)^n$ を求めよ.