香川大学

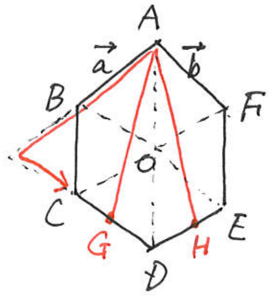
2014年 法学部 第1問

$\boxed{1}$ 1辺の長さが1の正六角形ABCDEFにおいて，$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$，$\vec{b}=\overrightarrow{AF}$ と定める．このとき，次の問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

(2) 辺CD上に点Gを，辺DE上に点Hをとり，線分AGとAHで正六角形の面積を3等分する．このとき，$\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{AH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．

(3) $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{AH}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ．



(1) $\underline{\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+\vec{b}}$ //

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\underline{2\vec{a}+2\vec{b}}$ //

$\underline{\overrightarrow{AE}=\vec{a}+2\vec{b}}$ //

(2) 対角線の交点をOとおく また△OABの面積をSとおくと．

正六角形の面積は6Sとなるので，(3等分する)$\Leftrightarrow$(面積を2Sずつに分ける)

ここで△ACDの面積は2Sなので．

点GはCDの中点，点HはDEの中点となる．

$\therefore\ \underline{\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=2\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}}$ //

$\underline{\overrightarrow{AH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{b}}$ //

(3) $|\overrightarrow{AG}|^2=4|\vec{a}|^2+\frac{9}{4}|\vec{b}|^2+2\cdot2\cdot\frac{3}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}$ $\left(|\vec{a}|=|\vec{b}|=1,\ \vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{13}{4}$

$\therefore\ |\overrightarrow{AG}|=|\overrightarrow{AH}|=\frac{\sqrt{13}}{2}$

$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AH}=3|\vec{a}|^2+\left(4+\frac{9}{4}\right)\vec{a}\cdot\vec{b}+3|\vec{b}|^2$

$=\frac{23}{8}$

$\therefore\ \cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AH}}{|\overrightarrow{AG}||\overrightarrow{AH}|}=\dfrac{\frac{23}{8}}{\frac{\sqrt{13}}{2}\times\frac{\sqrt{13}}{2}}=\underline{\frac{23}{26}}$ //