



2012年工学部第2問

2 C_1 を、中心が $(1, 1)$ 、半径が 1 の円とする。円 C_2, C_3, C_4, \dots を次のように定める。

円 C_n は、 x 軸、 y 軸および円 C_{n-1} に接し、円 C_n の半径 r_n は、円 C_{n-1} の半径 r_{n-1} よりも小さいものとする。

このとき、次の問に答えよ。

- (1) O を原点とし、 $n = 2, 3, 4, \dots$ に対して P_n を C_n と C_{n-1} の接点とすると、 OP_n の長さを r_n で表せ。
- (2) r_n と r_{n-1} の関係式を求め、数列 $\{r_n\}$ が等比数列であることを示せ。
- (3) 円 C_6 は、原点を中心とした半径 $\frac{1}{1000}$ の円の内部に含まれることを示せ。