000205227749799 9

北里大学

2014 年 薬学部 第 2 問

数理 石井K

[2] $\{a_n\}$ を次の条件によって定められる数列とする．

$$a_1 = 1, \quad \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = n+1 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする．

(1) a_{30} の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，S_{40} の値は $\boxed{\text{オ}}$ である．

$\frac{1}{465}$　$\frac{80}{41}$

(2) $b_n = \dfrac{S_n}{2} + \dfrac{2}{S_n}$ とし，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする．このとき，T_{50} の値は $\boxed{\text{カ}}$ である．

$\frac{5150}{51}$

(1) $b_n = \dfrac{1}{a_n}$ とおくと．← (2) の b_n とは別物だと思ってください（記号が被ってしまった…）

与えられた漸化式は．$b_{n+1} - b_n = n+1 \quad (n=1,2,3,\cdots)$ となる．

∴ 階差数列の式より，

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$$

$$= 1 + \frac{1}{2}(n-1)n + n - 1$$

$$= \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{n(n+1)} \qquad \therefore \underline{a_{30} = \frac{1}{465}}\ /\!/$$

また，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{2}{k(k+1)} = 2\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = \frac{2n}{n+1}$ $\quad \therefore \underline{S_{40} = \dfrac{80}{41}}\ /\!/$

(2) (1) より．$b_n = \dfrac{n}{n+1} + \dfrac{n+1}{n} = 2 + \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)$

$$\therefore T_n = \sum_{k=1}^{n}\left\{2 + \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)\right\}$$

$$= 2n + 1 - \frac{1}{n+1}$$

$$\therefore T_{50} = 100 + 1 - \frac{1}{51}$$

$$= \underline{\frac{5150}{51}}\ /\!/$$