



2013年薬学部第3問

3 4点 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(5, 4)$, $C(0, 4)$ を頂点とする長方形 $OABC$ の辺 AB , BC 上にそれぞれ点 $P(5, m)$, $Q(n, 4)$ がある. また, $\angle POQ = 45^\circ$, $\angle AOP = \theta$ とする.

(1) $\tan \theta$ を m で表すと $\tan \theta = \frac{m}{\text{ア}}$ である. $\tan(\theta + 45^\circ)$ を n で表すと $\tan(\theta + 45^\circ) = \frac{\text{イ}}{n}$ である.

(2) (1)の結果を利用して, m を n で表すと, $m = \frac{\text{ウエ}}{n+4} - \text{オ}$ である. また, n の値の範囲は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}} \leq n \leq \text{ク}$ である.

(3) $\triangle OPQ$ の面積を S とするとき, S を n で表すと

$$\begin{aligned} S &= \text{ケコ} - \frac{\text{サシ}n}{n+4} + \frac{\text{ス}}{2}n \\ &= \frac{\text{セ}}{2}(n+4) - \frac{\text{ソタ}(n+4) - \text{チツ}}{n+4} \\ &= \frac{\text{セ}}{2}(n+4) + \frac{\text{チツ}}{n+4} - \text{ソタ} \text{ となる.} \end{aligned}$$

したがって, S の最小値は $\text{テト}(\sqrt{\text{ナ}} - 1)$ となり, そのとき, $n = \text{ニ}(\sqrt{\text{ヌ}} - 1)$ である.