2010年 工学部 第4問

$\boxed{4}$ x の微分可能な関数を成分とする行列 $M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$ に対し，M の各成分を x で微分した行列 $\begin{pmatrix} m'_{11} & m'_{12} \\ m'_{21} & m'_{22} \end{pmatrix}$ を M' と表す．a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22} および b_{11}，b_{12}，b_{21}，b_{22} を x の微分可能な関数とし，

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

とおく．

(1) 等式 $(AB)' = A'B + AB'$ が成り立つが，これを (1，2) 成分について確かめよ．

(2) A はすべての x について逆行列 A^{-1} を持つとする．このとき (1) の等式を用いて，$A'A^{-1} + A(A^{-1})'$ を求めよ．

(3) A はすべての x について逆行列を持つとする．$(A^{-1})'$ を A^{-1}，A' を用いて表せ．