長崎大学

2013年 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) $a_1 = \dfrac{3}{2}$，$a_{n+1} + 2a_{n+1}a_n - 3a_n = 0\ (n \geqq 1)$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ について，a_2，a_3，a_4，a_5 の値を求めよ．また，一般項 a_n を推測し，その推測の結果を数学的帰納法で証明せよ．

(2) $\dfrac{7}{12}\pi = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{4}$ であることを利用して $\sin\dfrac{7}{12}\pi$ を求め，$1 \leqq x \leqq 4$ のとき，次の方程式を解け．

$$\sin x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

(3) $0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}$ とする．このとき，$X = \log_2 \cos x$ の範囲を求め，次の不等式を解け．

$$2(\log_2 \cos x)^2 + (4 - \log_2 3)\log_2 \cos x + 2 - \log_2 3 \leqq 0$$

注意： $\log_2 \cos x$ は $\log_2(\cos x)$ を表す．