

2013年 文系 第2問

2 次の式で定められる数列  $\{a_n\}$  について、以下の問いに答えよ。

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{8}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) すべての自然数  $n$  に対して  $a_n > 4$  が成り立つことを示せ。
- (2) すべての自然数  $n$  に対して  $a_{n+1} < a_n$  が成り立つことを示せ。
- (3) すべての自然数  $n$  に対して  $a_n - 4 \leq \frac{1}{2^{n-1}}$  が成り立つことを示せ。