

2013年文系第6問

6 2次関数  $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}$  のグラフを  $C$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 相異なる実数  $s, t$  に対し、 $C$  上の点  $\left(s, \sqrt{2}s^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right), \left(t, \sqrt{2}t^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$  における  $C$  の法線をそれぞれ  $l_s, l_t$  で表す。 $l_s$  と  $l_t$  の交点の座標を求めよ。ただし、曲線  $C$  上の点  $P$  における法線とは、 $P$  を通り、 $P$  における  $C$  の接線と垂直に交わる直線のことである。
- (2)  $t$  を固定して  $s$  を  $t$  に近づけると、(1) で求めた交点の  $x$  座標と  $y$  座標が近づく値をそれぞれ  $f(t), g(t)$  で表す。このとき、 $f(t), g(t)$  を求めよ。
- (3) (2) で求めた  $f(t), g(t)$  を、実数全体で定義された  $t$  の関数とみなして、

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

によって媒介変数表示される曲線を  $D$  とする。このとき、 $C$  と  $D$  によって囲まれた部分の面積を求めよ。