

2013年 経済・地域政策 第4問



4 3次関数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ について、以下の各問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフにおいて、 $f(x)$ が極大となる点を A、極小となる点を B とする。A および B の座標を求めよ。
- (2) A と B を両端とする線分の中点を C とする。C の座標を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフ上に点 D をとる。ただし、D の x 座標は B の x 座標より大きいものとする。いま、三角形 BCD の面積が 480 であるとき、C と D を結ぶ直線の式を求めよ。

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

$$= 3(x+3)(x-1)$$

x	...	-3	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	27	↘	-5	↗
		極大		極小	

∴石の増減表より、 $A(-3, 27), B(1, -5)$

(2) 中点は $\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{27-5}{2}\right) \therefore$ $C(-1, 11)$

$D(t, t^3 + 3t^2 - 9t)$ とおいて。

C, D を B が原点にくるように平行移動させた点とそれぞれ C', D' とおくと。

$$C'(-2, 16), D'(t-1, t^3 + 3t^2 - 9t + 5)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta BCD &= \frac{1}{2} \left| -2t^3 - 6t^2 + 18t - 10 - 16(t-1) \right| \\ &= \left| -t^3 - 3t^2 + t + 3 \right| \\ &= \left| -(t+3)(t-1)(t+1) \right| \end{aligned}$$

$t > 1$ なので、 $\Delta BCD = (t+3)(t+1)(t-1) = 480 \therefore t = 7$ で成り立つ

$t > 1$ は単調増加

このとき $D(7, 427)$ あり。直線は $y = \frac{427-11}{7-(-1)}(x+1)+11 \therefore$ $y = 52x + 63$

