



2015年理系第3問

3 次の問いに答えよ.

(1) $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ のとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$-x^2 - x \leq \log(1 - x) \leq -x$$

(2) 数列 $\{a_n\}$ を次によって定める.

$$a_1 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 1^2}\right)$$

$$a_2 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 2^2}\right) \left(1 - \frac{2}{2 \cdot 2^2}\right)$$

$$\vdots$$

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2n^2}\right) \left(1 - \frac{2}{2n^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{n}{2n^2}\right)$$

このとき, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.