

2017年 第4問

4  $a$ は正の実数とする.  $xy$ 平面上に2曲線

$$C_1: y = a(1 - x^2) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$C_2: x = \cos t, \quad y = \frac{1 - \sin t}{\sin t} \quad \left(0 < t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

がある.  $y$ 軸と曲線  $C_1$  および曲線  $C_2$  で囲まれた部分を,  $x$ 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を  $V_1$  とする. また,  $x$ 軸と曲線  $C_1$  および曲線  $C_2$  で囲まれた部分を,  $x$ 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を  $V_2$  とする.  $V_1 + V_2 = \frac{128}{15}\pi$  のとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $a$ の値を求めよ.
- (2) 曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  の交点の座標を求めよ.
- (3)  $V_2$ の値を求めよ.