



2011年 理学部（数理）第4問

4 媒介変数  $t$  を用いて  $x = t^2$ ,  $y = t^3$  と表される曲線を  $C$  とする。ただし,  $t$  は実数全体を動くとする。また, 実数  $a$  ( $a \neq 0$ ) に対して, 点  $(a^2, a^3)$  における  $C$  の接線を  $l_a$  とする。このとき, 次の問に答えよ。

(1)  $l_a$  の方程式を求めよ。

(2) 曲線  $C$  の  $0 \leq t \leq 1$  に対応する部分の長さを求めよ。ただし, 曲線  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  の  $\alpha \leq t \leq \beta$  に

対応する部分の長さは  $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$  であたえられる。

(3) 曲線  $C$  と直線  $l_1$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

(4) 曲線  $C$  と直線  $l_1$  で囲まれた図形を  $y$  軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。