



2013年理(物・化)・工・情報第2問

2 次の問いに答えよ.

(1)  $n$  を自然数とするとき, ある自然数  $a$  と  $b$  を用いて,

$$(2 + \sqrt{3})^n = a + b\sqrt{3}, \quad (2 - \sqrt{3})^n = a - b\sqrt{3}$$

とかけることを, 数学的帰納法を使って示せ.

(2) (1) の  $a$  と  $b$  について,  $a^2 - 3b^2 = 1$  が成り立つことを示せ.

(3)  $n$  を自然数とするとき, ある自然数  $m$  を用いて,

$$(2 + \sqrt{3})^n = \sqrt{m} + \sqrt{m-1}, \quad (2 - \sqrt{3})^n = \sqrt{m} - \sqrt{m-1}$$

とかけることを示せ.