鹿児島大学

2013年 医（医）・理（数理・物理・地環）・工・歯 第2問

2 次の各問いに答えよ．

(1) 次の（ｉ），（ii）に答えよ．

（ｉ）m，nが自然数ならば，$\dfrac{m}{n} \neq \sqrt{2}$である．このことを証明せよ．

（ii）p，qが自然数ならば，$\sqrt{2}$は$\dfrac{p}{q}$と$\dfrac{2q}{p}$の間にある．すなわち，$\dfrac{p}{q} < \sqrt{2} < \dfrac{2q}{p}$または$\dfrac{2q}{p} < \sqrt{2} < \dfrac{p}{q}$が成り立つ．このことを証明せよ．

(2) 定数aは実数で，$a > 0$，$a \neq 1$とする．このとき，すべての正の実数x，yに対して$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$が成り立つ．このことを証明せよ．