

2015年 第1問

 数理  
石井K

1 次の各問いに答えよ。

- (1) SATTUN という 6 文字を並びかえて得られる順列のうち、最初が子音文字になるものの総数を求めよ。  
 (2) 半径  $r$  の円  $O'$  が半径  $2r$  の円  $O$  に点  $P$  で内接し、さらに円  $O'$  は円  $O$  の弦  $AB$  に点  $Q$  で接している。線分  $PQ$  の延長が円  $O$  と交わる点を  $M$  とする。  $\angle PQB = 60^\circ$  のとき、線分  $QM$  の長さを求めよ。  
 (3) 1 次不定方程式

$$37x + 32y = 1$$

の整数解を 1 組求めよ。

$$(1) S \text{ から始まるもの} \cdots \frac{5!}{2!} = 60 \text{ 個}$$

$$T \text{ から始まるもの} \cdots 5! = 120 \text{ 個}$$

$$N \text{ から始まるもの} \cdots \frac{5!}{2!} = 60 \text{ 個}$$

$$\text{よって, } 60 + 120 + 60 = \underline{240 \text{ 個}} //$$

- (2) 円
- $O$
- の中心を
- $O$
- 、直線
- $OP$
- と円
- $O$
- の交点で
- $P$
- でない点を
- $R$
- とおく

接弦定理より、

$$\angle POQ = \angle PQB = 60^\circ$$

また、 $OP, PR$  はそれぞれ円  $O'$ 、円  $O$  の直径より、

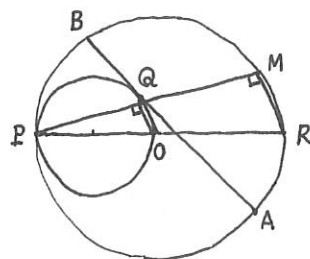
$$\angle PQO = \angle PMR = 90^\circ \quad \therefore \angle QPO = 30^\circ$$

$$\therefore \angle PRM = 60^\circ$$

$$\therefore QM = PM - PQ$$

$$= 4r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \underline{\sqrt{3}r} //$$



- (3) ユークリッドの互除法により、

$$37 = 32 \cdot 1 + 5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$32 = 5 \cdot 6 + 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ に } \textcircled{2} \text{ を代入して, } 1 &= 5 - 2 \cdot (32 - 5 \cdot 6) \\ &= 13 \cdot (37 - 32 \cdot 1) - 2 \cdot 32 \quad (\because \textcircled{1} \text{ より}) \\ &= 37 \cdot 13 + 32 \cdot (-15) \end{aligned}$$

$$\therefore (x, y) = \underline{(13, -15)} //$$