



2013年第6問

6 中心を点  $O$  とする半径  $1$  の円に内接する正六角形  $H_1$  があり、その頂点を反時計回りに  $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$  とする。辺  $A_1B_1$  上に点  $A_2$  を  $\angle A_1OA_2 = 15^\circ$  を満たすようにとり、辺  $B_1C_1$  上に点  $B_2$  を  $\angle B_1OB_2 = 15^\circ$  を満たすようにとる。同様に、図のように辺  $C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1, F_1A_1$  上にそれぞれ点  $C_2, D_2, E_2, F_2$  をとり、点  $A_2$  から点  $F_2$  を頂点とする正六角形を  $H_2$  とおく。

上の操作を再び正六角形  $H_2$  に対して行い、辺  $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2E_2, E_2F_2, F_2A_2$  上にそれぞれ点  $A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3$  をとり、これらを頂点とする正六角形を  $H_3$  とおく。同様に  $3$  以上の整数  $n$  に対して、上の操作を正六角形  $H_n$  に行うことにより得られる正六角形を  $H_{n+1}$  とおく。以下の間に答えよ。



- (1) 辺  $OA_2$  の長さを求めよ。
- (2) 正六角形  $H_2$  の面積  $S_2$  を求めよ。
- (3) 正六角形  $H_n$  の面積  $S_n$  を  $n$  を用いて表せ。