



2010年 医学部 第2問

2 表の出る確率が  $p$ 、裏の出る確率が  $1-p$  のコインがある。このコインを投げ、その結果により、駒が 2 点 A、B の間を移動し、ポイントを獲得することを繰り返す次のようなゲームを行う。

ルール a) 駒はゲームを始めるとき点 A にいる。

ルール b) 駒はコイン投げで表が出ればそのときいる点にとどまり、裏が出ればもう一方の点に移動する。

ルール c)  $k$  回目のコイン投げの結果、駒が点 A にいるときは  $3k$  ポイント新たに獲得し、点 B にいるときは  $k$  ポイント新たに獲得する。 ( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$n$  を自然数として、以下の問いに答えよ。

(1)  $n$  回コインを投げた結果、駒が点 A にいる確率を  $a_n$  とおく。  $a_n$  を求めよ。

(2)  $k$  回目のコイン投げの結果により新たに獲得するポイントの期待値を  $E_k$  とおく。  $0 < p < 1$  のとき、  $\sum_{k=1}^n E_k$  を  $n$  と  $p$  を用いて表せ。

(3) (1) で求めた  $a_n$  を  $p$  の関数と考え、  $f_n(p)$  と書くとき、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f_n\left(\frac{k}{2m}\right)$$