

2014年 医学部 第1問

1 自然数  $n$  に対し、3個の数字 1, 2, 3 から重複を許して  $n$  個並べたもの  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  の全体の集合を  $S_n$  とおく。  $S_n$  の要素  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  に対し、次の2つの条件を考える。

条件  $C_{12}$  :  $1 \leq i < j \leq n$  である整数  $i, j$  の組で、  $x_i = 1, x_j = 2$  を満たすものが少なくとも1つ存在する。

条件  $C_{123}$  :  $1 \leq i < j < k \leq n$  である整数  $i, j, k$  の組で、  $x_i = 1, x_j = 2, x_k = 3$  を満たすものが少なくとも1つ存在する。

例えば、  $S_4$  の要素  $(3, 1, 2, 2)$  は条件  $C_{12}$  を満たすが、条件  $C_{123}$  は満たさない。

$S_n$  の要素  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  のうち、条件  $C_{12}$  を満たさないものの個数を  $f(n)$ 、条件  $C_{123}$  を満たさないものの個数を  $g(n)$  とおく。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1)  $f(4)$  と  $g(4)$  を求めよ。
- (2)  $f(n)$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $g(n+1)$  を  $g(n)$  と  $f(n)$  を用いて表せ。
- (4)  $g(n)$  を  $n$  を用いて表せ。