0001824365718999

鹿児島大学

2014年 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 次の各問いに答えよ．

(1) a, b, c は互いに異なる実数で，$a>1$, $b>1$, $c>1$ とする．次の等式が成り立つとき，比 $\log_2 a:\log_2 b:\log_2 c$ を求めよ．

$$\log_2 a-\log_8 b=\log_2 b-\log_8 c,\quad \frac{\log_2 a}{\log_8 b}=\frac{\log_2 b}{\log_8 c}$$

(2) 次の (i), (ii), (iii) に答えよ．

(i) $t=x+\dfrac{1}{x}$ とおく．このとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}$ と $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ をそれぞれ t についての多項式で表せ．

(ii) $\dfrac{2x^4-3x^3-5x^2-3x+2}{x^2}$ を t についての多項式で表せ．

(iii) 4次方程式 $2x^4-3x^3-5x^2-3x+2=0$ の解を全て求めよ．

(1) 底の変換公式を用いて．

$\log_2 a-\frac{1}{3}\log_2 b=\log_2 b-\frac{1}{3}\log_2 c$ $\quad\therefore \log_2 a=\frac{4}{3}\log_2 b-\frac{1}{3}\log_2 c$ ……①

$\log_2 b\cdot\frac{1}{3}\log_2 b=\log_2 a\cdot\frac{1}{3}\log_2 c$ $\quad\therefore (\log_2 b)^2=\log_2 a\cdot\log_2 c$ ……②

①，②より，$(3\log_2 b-\log_2 c)(\log_2 b-\log_2 c)=0$

$b\neq c$ より．$\log_2 b=\frac{1}{3}\log_2 c$ $\quad\therefore$ ①より $\log_2 a=\frac{1}{9}\log_2 c$

$\therefore \underline{\log_2 a:\log_2 b:\log_2 c=1:3:9}$ //

(2) (i) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\underline{t^2-2}$ //

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=\underline{t^3-3t}$ //

(ii) (与式) $=2x^2-3x-5-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}$

$=2(t^2-2)-3t-5$

$=\underline{2t^2-3t-9}$ //

(iii) (ii)より．(明らかに解は0でないので x^2で割った)

$2t^2-3t-9=0$

$(2t+3)(t-3)=0$

• $x+\frac{1}{x}=-\frac{3}{2}$ のとき

$x^2+\frac{3}{2}x+1=0$ $\quad\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{4}$

• $x+\frac{1}{x}=3$ のとき

$x^2-3x+1=0$ $\quad\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \underline{x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2},\ \frac{-3\pm\sqrt{7}i}{4}}$ //